Esercizio 4.1

La dinamica di due specie in competizione è descritta dalle equazioni di Volterra

$$dN_1/dt = r_1N_1 - \beta_1N_1^2 - \beta_{12}N_1N_2$$

$$dN_2/dt = r_2N_2 - \beta_2N_2^2 - \beta_{21}N_1N_2$$

dove $r_1 = r_2 = 5.0$, $\beta_1 = 0.1$, $\beta_2 = 0.2$, $\beta_{12} = 0.05$, $\beta_{21} = 0.2$. Qual è il risultato della competizione? Supponete poi di introdurre alcuni predatori che attaccano solo la prima delle due specie e il cui effetto è quello di diminuirne il tasso intrinseco di crescita da r_1 a $r_1 - d_1$. Ovviamente d_1 è tanto maggiore quanto maggiore è il numero di predatori introdotti. Si discuta come varia il risultato della competizione tra le due specie all'aumentare di d_1.

Esercizio 4.2

Ayala (1969) allevò in laboratorio a 23°C due diverse specie di mosca della frutta (*Drosophila pseudoobscura* e *D. serrata*) ottenendo i risultati riportati nella Tabella 4.1. Dite perché questi esperimenti non possono essere spiegati dal modello di competizione di Volterra (crescita logistica e termine di competizione interspecifica proporzionale al prodotto delle densità).

	Specie allevate separatamente	Specie allevate insieme
D. pseudoobscura	664	252
D. serrata	1251	278

Tabella 4.1 – Abbondanze di *Drosophila pseudoobscura* e *D. serrata* all'equilibrio.

Esercizio 4.3

Suhonen (1993) ha osservato, nelle foreste della Finlandia centrale, il comportamento di due cince (*Parus montanus* e *Parus cristatus*) quando si procurano il cibo sugli abeti rossi. I due uccelli hanno diversa maniera di utilizzare le risorse poste a diverse altezze. Avendo convenzionalmente assunto uguale all'unità l'altezza di un albero, le proporzioni di osservazioni delle due cince alle varie altezze sono date nella Tabella 4.2. Supponete che le funzioni di abbondanza e di valore nutritivo siano costanti con l'altezza degli alberi e che le voracità delle due specie siano uguali. Calcolate la posizione e l'ampiezza delle due nicchie, nonché i coefficienti di competizione interspecifica α_{12} e α_{21} secondo la teoria di MacArthur e Levins. Dite se la distanza tra le nicchie rispetta il limite di May (1973) per l'impaccamento delle specie.

Altezza	Proporzioni *P. cristatus*	Proporzioni *P. montanus*
0.00 – 0.25	0.12	0.33
0.25 – 0.50	0.38	0.42
0.50 – 0.75	0.30	0.20
0.75 – 1.00	0.20	0.05

Tabella 4.2 – Proporzioni di osservazioni di *P. cristatus* e *P. montanus* a diverse altezze.

Esercizio 4.4

Nel Nordamerica, l'alce (*Alces alces*) e il cervo dalla coda bianca (*Odocoileus virginianus*) competono per il medesimo spettro di risorse. Scmitz e Nudds (1994) danno per due popolazioni delle due specie i seguenti valori dei parametri del modello di competizione interspecifica di MacArthur e Levins:
tasso intrinseco di crescita del cervo $r_1 = 0.2$ anni^{-1};
capacità portante del cervo $K_1 = 570$ individui;
tasso intrinseco di crescita dell'alce $r_2 = 0.1$ anni^{-1};
capacità portante dell'alce $K_2 = 400$ individui;
coefficiente di competizione α_{12} (effetto di alce su cervo) = 1.6;
coefficiente di competizione α_{21} (effetto di cervo su alce) = 0.5;
Mostrate che con questi valori si avrebbe esclusione competitiva del cervo. La coesistenza stabile di alci e cervi in molte zone del Nordamerica viene spiegata con il fatto che i cervi sono portatori di parassiti (elminti della specie *Parelaphostrongylus tenuis*) che non sono mortali per essi ma lo sono per gli alci. Studiate come cambia la situazione descritta in precedenza supponendo che i parassiti infliggano ai soli alci una mortalità $m = 0.0125\ P$ (anni^{-1}), dove P indica il numero medio di parassiti per ogni alce. Determinate il risultato della competizione per $P = 2$.

Esercizio 4.5

Come noto, uno dei più grossi problemi della lotta agli organismi nocivi mediante l'uso di sostanze tossiche per essi è lo sviluppo di varianti genetiche resistenti. Descrivete il fenomeno in termini semplicistici nel modo seguente. Supponete che una popolazione di organismi nocivi asessuati cresca con andamento logistico, caratterizzato da tasso intrinseco di crescita $r = 0.1$ e coefficiente di competizione intraspecifica $\beta = 0.0001$. Si decide di usare una sostanza tossica che induce un tasso di mortalità $\mu = 0.0999$. Ciò nonostante, una piccolissima parte della popolazione è praticamente insensibile al tossico ($\mu = 0.001$) ed è in grado di trasmettere questa caratteristica ai discendenti. Cercate di capire cosa accade dal momento in cui si applica il tossico, scrivendo un modello di competizione interspecifica tra la popolazione sensibile al tossico e quella insensibile. Assumete infine che la condizione iniziale sia approssimativamente pari alla capacità portante della popolazione non ancora soggetta all'azione del tossico. Se una porzione piccolissima della popolazione fosse costituita da individui insensibili al tossico, verso quale nuovo equilibrio si tenderebbe e come varierebbero qualitativamente le due popolazioni nel tempo?

Esercizio 4.6

Alcuni animali, come le lucertole e le salamandre, hanno la capacità di rigenerare parti del loro corpo e di resistere così alle ferite loro inferte. In alcune specie di salamandre gli individui feriti per aggressione dei loro simili non si riproducono finché non hanno rigenerato la parte persa. Harris (1989) sostiene che questo è un importante meccanismo per la regolazione della popolazione. Descrivete la situazione supponendo di dividere la popolazione di salamandre in due comparti: sani (S) e feriti (F). I feriti hanno un tasso di natalità nullo e tasso di mortalità μ costante. I sani hanno il medesimo tasso di mortalità μ e hanno invece un tasso di natalità costante $\nu > \mu$. Assumete che il numero di nuovi feriti nell'unità di tempo sia proporzionale al numero di incontri casuali tra un individuo sano e un altro (ferito o sano) e che il numero di guarigioni nell'unità di tempo sia proporzionale al numero di feriti. Mostrate che la dimensione totale della popolazione non cresce indefinitamente perché i numeri dei due comparti tendono a un equilibrio stabile.